

Nobel-palkinto supratilojen teorioista

Vuoden 2003 Nobelin palkinnon jakavat Alexei Abrikosov, Vitaly Ginzburg ja Anthony Leggett [1]. Yhteistä heille on, että he ovat tutkineet supratilaisia Fermi-järjestelmiä. Tutuimman järjestelmän muodostavat metallien johtavuuselektronit, kun ne menevät suprajohtavaan tilaan matalissa lämpötiloissa. Suprajohtavuus löydettiin ensimmäiseksi elohopeasta 1911. Toinen supratilainen Fermi-järjestelmä on nestemäinen helium-3-isotooppi alle 3 millikelvinin lämpötiloissa. Sen suprajuokseva tila löydettiin kokeellisesti 1972.

Toinen palkittuja yhdistävä tekijä on, että he ovat teoreettisia fyysikoita. Tässä artikkelissa pyrin kuvaamaan teorioita, joista heidät palkittiin.

Vitaly Ginzburg sai palkinnon teoriasta, jonka hän julkaisi yhdessä Lev Landauin kanssa 1950. Tämä tunnetaan nykyään laajalti Ginzburg-Landau-teoriانا. Se on fenomenologinen teoria suprajohtavuudelle ajalta, jolloin tämän ilmiön mikroskooppinen perusta oli vielä tuntematon. Se on jatke Landauin jo 1937 kehittämälle toisen kertaluvun olotilanmuutosten teorialle. Molemmissa oletetaan, että on olemassa *järjestysparametri*, joka on nolasta poikkeava vain toisessa olotilassa. Toisen kertaluvun muutoksessa oletetaan järjestysparametrin käyttäytyvän jatkuvasti. Siten sen täytyy olla pieni myös ns. järjestyneessä tilassa. Tällä perusteella Ginzburg ja Landau esittivät, että vapaa energia voidaan kehittää sarjaksi järjestysparametrin suhteen

$$F(\Psi) = F_0 + \alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \dots \quad (1)$$

Jos Ψ olisi reaalityyppinen, tämä kehitemä olisi sama kuin Landauin vanhemmassa teoriassa. Tärkeä uusi oivallus oli se, että suprajohtavaa tilaa kuvaakin järjestysparametri, joka on kompleksiarvoinen: $\Psi = |\Psi|e^{i\phi}$. Ajatuksena oli, että Ψ jollain tapaa kuvaisi suprajohtavien elektronien aaltofunktiota. Kehitemästä (1) on jätetty pois Ψ :n parittomien potenssien termit. Paras selitys tälle on se, että näin päädytään oikeanlaiseen teoriaan.

Tasapainotila vastaa F :n minimiä. Jotta Ψ olisi nolasta poikkeava supratilassa, täytyy $\alpha < 0$. Normaalitilassa taas $\alpha > 0$. Koska $\alpha(T)$ oletetaan jatkuvaksi lämpötilan T funktioksi, täytyy sen hävitä transitiolämpötilassa T_c . Jotta vältyttäisiin ratkaisuilta $\Psi = \infty$, täytyy $\beta > 0$.

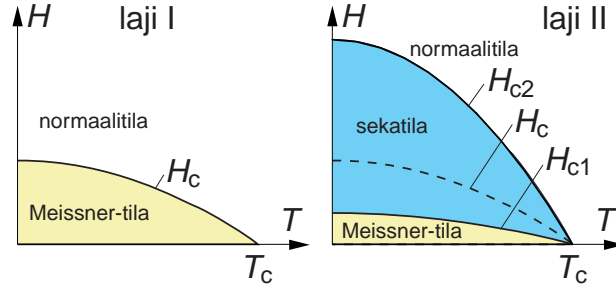
Monet supratilan erityiset ominaisuudet tulevat näkyviin vain, kun järjestysparametri ei ole vakio vaan riippuu paikasta: $\Psi(\mathbf{r})$. Tätä tapausta varten Landau lisäsi aiemmassa teoriassaan kehitemään (1) termin $\gamma|\nabla\Psi|^2$, joka hillitsee Ψ :n jyrkkiä vaihteluita. Kompleksiarvoisen järjestysparametrin tapauksessa Ginzburg ja Landau käyttivät analogiaa Schrödingerin yhtälön kanssa ja kirjoittivat lisätermin mittainvarianttiin muotoon

$$\frac{1}{2m} |(-i\hbar\nabla - e\mathbf{A})\Psi|^2, \quad (2)$$

missä \mathbf{A} on vektoripotentiali. Tässä m on joku kerroin ja ” e on varaus, eikä ole syytä olettaa sen poikkeavan elektronin varauksesta”. Kun vielä lisätään magneettikenttään $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ liittyvät energiat, saadaan Ginzburg-Landau-teorian energiatiheydeksi

$$F(\Psi) = F_0 + \alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar\nabla - e\mathbf{A})\Psi|^2 + \frac{|\mathbf{B} - \mu_0\mathbf{H}|^2}{2\mu_0}. \quad (3)$$

Monet suprajohteen ominaisuudet voidaan selittää lähtien energiatiheydestä (3) [2]. Erityisesti voidaan laskea, että supratilan energia on alempi kuin normaalitilan vain, jos ulkoinen kenttä H on pienempi kuin $H_c = |\alpha|/\sqrt{\mu_0\beta}$ (kuva 1). Saadaan myös, että heikko magneettikenttä ei tunkeudu suprajohteen sisälle



Kuva 1: Ensimmäisen lajin suprajohteissa kriittinen kenttä H_c erottaa normaalitilan suprajohtavasta Meissner-tilasta, jossa $B \equiv 0$. Toisen lajin suprajohteissa näiden väliin tulee sekatiila. Suprajohde muuttuu ensimmäisestä lajista toiseen epäpuhtauksia lisäämällä.

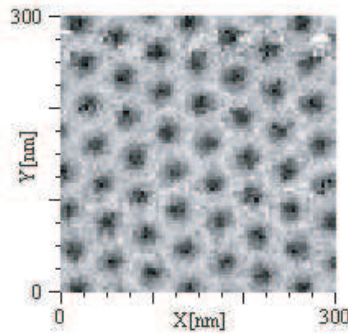
vaan vaimenee mittakaavalla $\lambda = \sqrt{m\beta/\mu_0 e^2 |\alpha|}$. Jos järjestysparametri poikkeaa tasapainoarvostaan (esim. kosketuksessa normaalitilaiseen metalliin), se saavuttaa tasapainoarvonsa mittakaavalla $\xi = \hbar/\sqrt{2m|\alpha|}$. Teorian ainoa laaduton parametri on näiden suhde, $\kappa = \lambda/\xi$, jota kutsutaan Ginzburg-Landau-parametriksi.

Jo ennen Ginzburg-Landau-teoriaa oli F. London kehittänyt fenomenologisen teorian suprajohteiden magneettisille ominaisuuksille. Ginzburg oli havainnut, että tämä teoria sallii supratilan olevan stabiili vain sillä lisäoletuksella, että normaali- ja supratilan väliseen rajapintaan liittyy positiivinen energia. Jos näin ei olisi, voisi magneettikenttä tunkeutua koko suprajohteeseen rikkomalla supratilan vain mitättömän pienissä alueissa. Koska kokeet osoittivat, että magneettikenttä hävisi suprajohteen sisällä, Ginzburg päätteli, että normaali- ja supratilan välisen rajapinnan energian täytyi olla positiivinen.

Ginzburgin ja Landaun päämotivaatio teorialleen oli luoda luonnollinen selitys positiiviselle rajapintaenergialle. Ottamalla käyttöön järjestysparametri Ψ ja sen gradienttiin liittyvä positiivinen energia (2) antoi tähän luontevan mahdollisuuden. Yksityiskohtaisella laskulla he osoittivat, että rajapinnan energia todella on positiivinen esimerkiksi elohopealle, jolle he kokeellisista mittauksista päättelivät Ginzburg-Landau-parametriksi $\kappa = 0.165$. He huomasivat kuitenkin, että κ :n kasvaessa rajapintaenergia pienenee ja häviää kriittisellä arvolla $\kappa = 1/\sqrt{2} = 0.707$. Suuremmilla κ :n arvoilla rajapintaenergia on negatiivinen. He lyhyesti spekuloidivat epästabiilisuuksista tapauksessa $\kappa > 1/\sqrt{2}$, mutta koska he eivät tieneet tällaisia havaitun kokeellisesti, he eivät tarkastelleet niitä enempää.

Alexei Abrikosov palkittiin työstä, jossa hän loi toisen lajin suprajohteiden teorian. Toisen lajin suprajohteella tarkoitetaan tapausta, jossa $\kappa > 1/\sqrt{2}$. Ginzburg-Landau-teorian jälkeen saatiin uusia koetuloksia ja tietyillä materiaa-

leilla ne eivät noudattaneetkaan samanlaista käyttäytymistä kuin oli havaittu esim. elohopealla. Tästä Abrikosov päätteli, että myös parametrialue $\kappa > 1/\sqrt{2}$ saattaa esiintyä luonnossa. Erityisesti hän alkoi tutkia energiaa (3) rajalla, jossa neljännen asteen termi $\frac{1}{2}|\Psi|^4$ on pieni. Kuten Ginzburg ja Landau aiemmin hän päätteli, että jonkinlainen supratila on mahdollinen kenttään H_{c2} asti, joka on korkeampi kuin H_c . Kentän H_{c2} määräävä yhtälö on itse asiassa sama kuin ajasta riippumaton Schrödingerin yhtälö elektronille vakiossa magneettikentässä, jonka Landau oli ratkaissut 1930. Tämän lisäksi Abrikosov lähti ratkaisemaan järjestysparametria Ψ . Tämä ei ollut aivan mutkatonta, sillä ominais-tila on degeneroitunut kun $H = H_{c2}$. Neljännen asteen termi, jota käsiteltiin pienenä häiriönä, valikoi mahdollisista ratkaisuista oikean. Abrikosov osoitti, että alimman energian tilassa Ψ on nolasta poikkeava kaikkialla paitsi diskreeteissä nollakohdissa, jotka muodostavat säännöllisen hilan. Hän päätteli, että kvalitatiivisesti samanlainen rakenne on stabiili alemman ja ylemmän kriittisen kentän, H_{c1} ja H_{c2} , välillä. Ψ :n nollakohtia kutsutaan vuoviivoiksi tai vortekseiksi ja niitä voidaan nykyään havaita eri menetelmillä (kuva 2).



Kuva 2: Abrikosovin vorteksihila pyyhkäisy-tunnelointimikroskooppilla kuvattuna [3].

Myöhemmin Bardeen, Cooper ja Schrieffer (BCS) kehittivät suprajohtavuudelle mikroskooppisen teorian. Sen perustava ajatus on, että elektronit muodostavat heikosti sidottuja pareja. Pian tämän jälkeen L. Gorkov muotoili BCS-teorian uudelleen Greenin funktioita käyttäen. Tästä hän pystyi johtamaan Ginzburg-Landau-teorian tarkkana rajatapauksena, kun lämpötila on lähellä T_c :tä. Samalla saadaan tulkinta Ginzburg-Landau-teorian Ψ :lle. Ψ on parin masakeskipistettä kuvaava aaltofunktio, joka on sama kaikille pareille. Täten varaus e gradienttienergiassa (2) onkin kaksi kertaa elektronin varaus.

Ginzburg-Landau-teoriaa pidetään yleisesti fyysikaalisen intuition malliesimerkkinä. Jossain vaiheessa intuitiivinen ajattelu kuitenkin voi mennä vikaan. Erityisesti harhaanjohtavaksi osoittautui käyttää gradienttitermin kertoimena $1/m$, sillä m :n (tai $m/2$:n) helposti identifioisi elektronin massan kanssa. Itsekin olen joutunut korjailemaan tästä aiheutuvia virheellisiä tuloksia. Nimittäin metallin epäpuhtaudet sirottavat johtavuuselektroneja, jonka vaikutuksesta elektronit etenevät hitaammin kuin puhtaassa metallissa. Tästä johtuen epäpuhtaat suprajohteet ovat vähemmän herkkiä Ψ :n gradienteille (pienempi $1/m$) kuin

puhtaat. Epäpuhtaudet siis suurentavat m :ää ja siten myös κ :aa ja H_{c2} :ta. Korkean kentän sovellutuksissa pyritään siihen, että H_{c2} olisi iso, jolloin käytetään mm. epäjärjestynyttä Nb-Ti seosta, jossa elektronien vapaa matka on mahdollisimman lyhyt.

Anthony Leggett palkittiin teoriasta, jonka avulla hän päätteli kokeellisesti löydettyjen ^3He :n supranestetilojen rakenteen. Kokeet tehtiin käyttäen ydinmagneettista resonanssia (NMR). Niissä havaittiin resonanssitajuuuden selvä siirtyminen pois Larmor-taajuudelta $\omega_0 = \gamma H$, missä γ on ^3He :n gyromagneettinen suhde. Voidaan yleisesti todistaa, että jos systeemin Hamiltonin operaattori \mathcal{H} on invariantti *spin*-avaruudessa tehdyissä kierroissa, mitään siirtymää ei synny. (Tällöin \mathcal{H} on kiertosymmetrinen myös *rata*-avaruudessa, koska \mathcal{H} :n oletetaan säilyvän samana kun molempia osa-avaruuksia kierretään yhdessä.) Ongelmana oli, että tämä on lähes totta ^3He :lle. Suurin termi, joka rikkoo tämän symmetrian, tulee naapuriatomien magneettisten momenttien välisestä dipoli-dipoli-vuorovaikutuksesta. Tämä vuorovaikutus on suuruusluokaltaan 10^{-6} K. Koska kokeet oli tehty lämpötilassa $\sim 10^{-3}$ K, pitäisi tämän vuorovaikutuksen kokonaan hukkua lämpöliikkeen alle.

Leggettin ratkaisu tähän ongelmaan oli *itsestään rikkoutunut spin-rata-symmetria*. Rikkoutunut symmetria tarkoittaa, että järjestelmä hakeutuu tilaan, jolla on alhaisempi symmetria kuin Hamiltonin operaattorilla \mathcal{H} . Spin-rata-symmetria taas tarkoittaa symmetriaa kierrettäessä spin- ja rata-avaruuksia toisistaan riippumatta. Tässä tapauksessa ^3He -nesteessä on korrelaatio spin- ja rata-avaruuksien suuntien välillä. Tämän korrelaation syntyminen on täysin riippumaton dipoli-dipoli-voimasta. Korrelaation olemassaolo kuitenkin johtaa siihen, että dipoli-dipoli-voimat eivät ole satunnaisia, vaan summautuvat makroskooppiseksi vuorovaikutukseksi, joka voittaa lämpöliikkeen.

Yleisten päätelmien lisäksi Leggett kehitti fenomenologisen teorian jolla NMR-siirtymät voidaan laskea. Hän laski siirtymät useille erilaisille BCS-tyyppisille tiloille. Vertaamalla näitä kokeisiin hän pystyi identifioimaan kokeellisesti havaitut A- ja B-supratilat. Molemmissa parien rataosa on p -tila ja spintila tripletti. B-tilassa rikkoutunut symmetria on juuri yllä mainittu spin-rata-symmetria. A-tilassa on lisäksi muita rikkoutuneita symmetrioita.

Supraneste ^3He :lle ei ole luvassa käytännön sovellutuksia. Tästä huolimatta sitä on tutkittu paljon, koska monia supratilan ilmiöitä voidaan siinä tutkia ideaalisemmissa olosuhteissa kuin suprajohteissa. Esimerkiksi nestettä pyöritettäessä syntyy siihen vorteksiviivoja, jotka ovat analogisia suprajohteiden vorteksien kanssa [4].

Yllä nimeltä mainituista ovat Landau sekä Bardeen, Cooper ja Schrieffer saaneet Nobelin palkinnon aiemmin.

Viitteet

- [1] Nobel e-museum, www.nobel.se/
- [2] E. Thuneberg, *Suprajohtavuus*, cc.oulu.fi/~tf/tiedostot/pub/suprajohtavuus/luennot/
- [3] Ø. Fischer et al, dpmc.unige.ch/gr_fischer/
- [4] ^3He tutkimusta Suomessa, boojum.hut.fi/research/theory/indexs.html

Yhteystiedot:

Erkki Thuneberg

Fysikaalisten tieteiden laitos

PL 3000, 90014 Oulun yliopisto

puh. (08) 553 1874

gsm: 050 573 4152

cc.oulu.fi/~ethunebe/

Tämä teksti on luettavissa verkossa osoitteessa

cc.oulu.fi/~ethunebe/nobel.pdf